

Modelado analítico de un micro generador de potencia basado en tecnología MEMS y materiales piezoeléctricos

Rincon-Jara R. I., Ambrosio R. *, Jimenez A., Torres R.

Centro de Investigación en Ciencia y Tecnología Aplicada, Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Departamento de Eléctrica y Computación.

Ave. Del Charro 450 N, C.P. 32310, Cd. Juárez, Chihuahua, México

(Recibido: 17 de septiembre de 2011; Aceptado: 24 de mayo de 2012)

En este trabajo se presenta el modelado analítico de un microgenerador de potencia para obtener su desplazamiento, voltaje y potencia generada, que son las figuras de mérito más importantes en un sistema recolector de energía. En el modelo se comparan tres materiales piezoeléctricos: PZT (Titanato Zirconato de Plomo), BaTiO₃ (Titanato de Bario) y ZnO (Óxido de Zinc) con el propósito de obtener los parámetros de diseño más eficientes en dichos dispositivos. El modelado se realizó con un sistema masa-resorte-amortiguador-piezo junto con un sistema almacenador de energía. Los resultados comparativos de la simulación numérica mostraron que el PZT es el material que más potencia generada presentó en comparación con los otros dos materiales, y que el ZnO es el que más voltaje genera siendo una ventaja para aplicaciones donde se requiera operar con más voltaje que corriente. Este modelado analítico fue capaz de predecir el comportamiento mecánico-eléctrico de un microgenerador piezoeléctrico, lo cual ayudará a optimizar el diseño de dispositivos para aplicaciones que puedan aprovechar la energía producida por el movimiento de los seres vivos.

Palabras clave: MEMS (Sistemas Micro-Electro-Mecánicos); Piezoeléctrico; Cosechador de energía; Frecuencia de resonancia; Potencia generada

In this work is presented an analytical modeling for a power microgenerator in order to obtain the most important figures of merit such as: voltage, generated power and displacement, in a harvesting energy system. The model compares three different piezoelectric materials: Lead Zirconate Titanate (PZT), Zinc Oxide (ZnO) and Barium Titanate (BaTiO₃), taking in account the properties of materials and the parameters of the structure for designing more efficient harvesting devices. The modeling was done with a mass-spring-damper piezo system in conjunction with a storage energy system. The results of simulation showed that the PZT generated more power in comparison with the others, and the ZnO generated more voltage, which is an advantage where a system requires operate with more voltage than current. This analytical modeling was capable to predict the mechanical-electrical behavior of a piezoelectric microgenerator, which is very helpful in the design of MEMS harvesting devices for applications where the energy produced by the human movements can be collected.

Keywords: MEMS; Harvesting devices; Piezoelectric materials

1. Introducción

El rápido avance tecnológico en nanotecnología y microelectrónica, ha permitido el desarrollo de sistemas electrónicos que han alcanzado un grado tal de miniaturización que están empezando a emerger diferentes aplicaciones que se pueden llevar sobre el cuerpo humano para la generación de energía y que ésta pueda ser utilizada para la alimentación de dispositivos electrónicos[1]. Este avance tecnológico ha requerido de fuentes alternativas, más prometedoras, como lo son los dispositivos recolectores de energía basados en Sistemas Micro-Electro-Mecánicos (MEMS). Los sistemas recolectores de energía serían una alternativa al uso de baterías convencionales, eliminando las desventajas que éstas representan, como lo son: la necesidad de remplazarlas o recargarlas periódicamente y su gran tamaño comparado con los dispositivos microelectrónicos que cada vez son más pequeños. La recolección de energía del medioambiente es actualmente investigada a través de diferentes métodos, tales como: el uso de vibraciones mecánicas, la potencia solar, los campos electromagnéticos, los gradientes térmicos y la energía producida por el cuerpo humano o por los

movimientos de los seres vivos [2]. Entre estos métodos de recolección, la fuente de energía más confiable es la producida por las vibraciones mecánicas ya que es la más sensible, es sencilla de usar y puede ser aprovechada por los dispositivos MEMS [3, 4].

La energía producida por las vibraciones mecánicas pueden ser convertida en energía eléctrica usando tres tipos de transductores: electromagnéticos, electrostáticos y piezoeléctricos. El tipo de generador más eficiente depende en cierta medida de las condiciones específicas de operación. Generalmente, los transductores piezoeléctricos que convierten las vibraciones mecánicas en energía eléctrica presentan un alto acoplamiento electromecánico y son particularmente atractivos para el uso en dispositivos MEMS [4]. En comparación con los dispositivos electromagnéticos, los dispositivos piezoeléctricos resultan de bajo costo, ya que no requieren de fuentes externas de energía, además que los materiales de los dispositivos electromagnéticos no son compatibles con procesos estándar de la fabricación de circuitos integrados de silicio, lo cual elevaría los costos de fabricación. La tabla 1 muestra el estado del arte para diferentes tipos de microgeneradores, los cuales están clasificados por su tipo

* rambrosi@uacj.mx

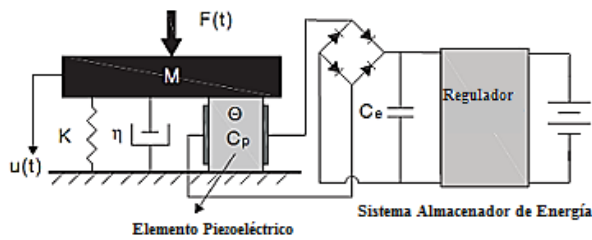


Figura 1. Modelo de una estructura piezoeléctrica junto con un sistema almacenador de energía [9].

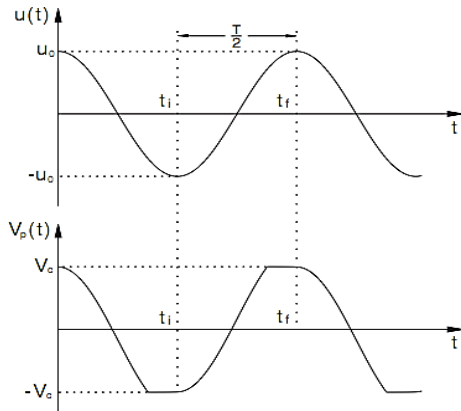


Figura 2. Ondas típicas del desplazamiento $u(t)$ y del voltaje rectificado V_c .

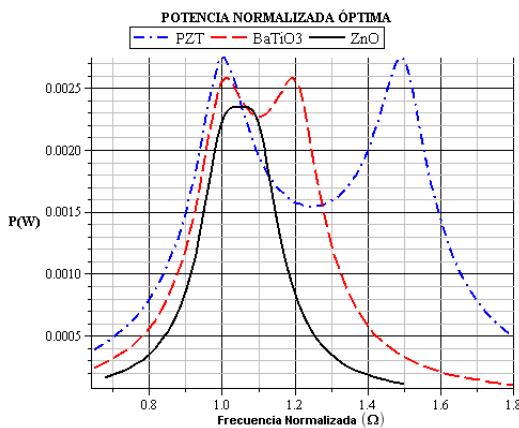


Figura 3. Potencia normalizada óptima para diferentes materiales piezoeléctricos.

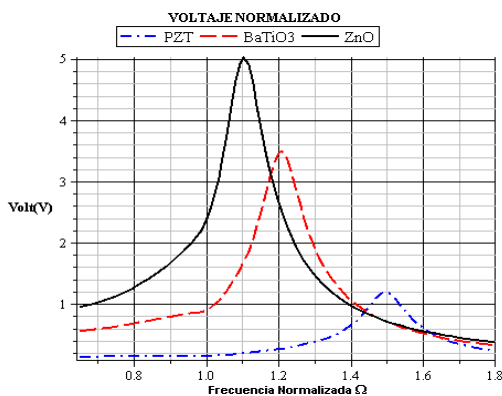


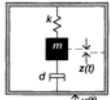
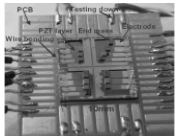
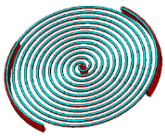
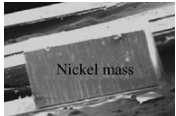
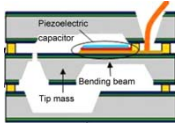

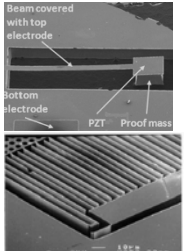
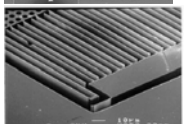
Figura 4. Voltaje normalizado para diferentes materiales piezoeléctricos.

de transducción (piezoeléctrico, electromagnético, etc.), siendo el microgenerador del tipo piezoeléctrico el más utilizado por su alta conversión de energía mecánica a eléctrica en comparación con los demás, esto es representado por el valor de la potencia de salida.

El modelado analítico es un paso fundamental en el proceso de diseño para predecir el comportamiento mecánico-eléctrico de las estructuras piezoeléctricas. El modelo ayuda a determinar los parámetros interrelacionados y a optimizar los parámetros más importantes como la potencia generada, el voltaje y el desplazamiento presentes en el estudio y operación de los dispositivos piezoeléctricos recolectores de energía. Actualmente existen algunos modelados analíticos de una estructura piezoeléctrica, en 1999 I. Dufour [5] estableció ecuaciones analíticas simples para conocer la deflexión y el esfuerzo de una viga en voladizo (cantiléver) para diferentes métodos de actuación (magnética, piezoeléctrica y electroestática). En este mismo año Marc Weingber [6] desarrolló una nueva solución para conocer la fuerza, el desplazamiento y las cargas de una viga piezoeléctrica, a través del cálculo del eje central en donde el doblez de la viga es cero y sus resultados estarán cercanos a este eje. En 2006 J. Ajitsaria [7] enfocó su modelo analítico en la unión de las ecuaciones de la teoría de la viga de Euler-Bernoulli y la teoría de la viga de Timoshenko, y lo comparó con otros modelos que utilizan el método de la conservación de la energía y el modelo eléctrico. También en 2006 Shin-Nung Chen [3] estudió el modelo analítico para un micro generador de potencia inducido por vibración con una viga en voladizo bimorfa del tipo piezoeléctrica. El modelo se basa en el enfoque de la curvatura adoptando el acople de la tensión mecánica y la polarización piezoeléctrica para deducir el voltaje y la energía inducida por una vibración. En este mismo año Y. S. Chu [8] enfocó su modelado analítico en un cosechador de energía piezoeléctrico y lo modeló como un sistema masa-resorte-amortiguador-piezo junto con un sistema de almacenamiento de energía. En 2008 A. Mahieddine [9] analizó vigas del tipo piezoeléctricas utilizando el modelo del elemento finito basado en las fórmulas de la teoría de Kirchoff de primer orden y de la tensión lateral.

En este trabajo, se hace especial énfasis en el desarrollo de un modelado analítico para un microgenerador piezoeléctrico de potencia inducido por vibración. El modelo está basado en un sistema masa-resorte-amortiguador-piezo junto con un sistema almacenador de energía desarrollado por Y. S. Chu [8]. En el modelo desarrollado se propone un análisis de una estructura piezoeléctrica del tipo viga en voladizo con diferentes materiales piezoeléctricos como son: PZT, BaTiO₃ y el ZnO, para deducir el voltaje y la potencia generada en el sistema recolector de energía. En el análisis con los diferentes materiales piezoeléctricos, el PZT presentó mayor potencia generada, pero el ZnO presentó mayor ganancia de voltaje lo que lo hace atractivo para dispositivos que requieran un valor de voltaje grande para su operación. La optimización del microgenerador piezoeléctrico a través del modelado analítico permitirá diseñar estructuras donde se

Tabla 1. Tipos de microgeneradores y especificaciones de operación.

	Tecnología de Fabricación	Forma del Microgenerador	Potencia	Especificaciones	Dimensiones (L x W x t)	Autor Ref.	Estructura
Electromagnético o MEMS	Micromaquinado en volumen	Viga en voladizo (cantiléver)	1µW a 70Hz 0.1µW a 300Hz	Desplazamiento=50µm Potencia máxima=1µW	5mm x 5mm x 1mm	Yates [10]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₁]	Micromaquinado en volumen	Arreglos de vigas	3.98µW	Voltaje DC=3.93V Frecuencia Natural=200-400Hz		Liua [11]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₁]	-----	Espiral de Arquímedes	25.12µW / π/4 rad	Desplazamiento=94.2µm/π/4rad Frecuencia Natural=62, 184, 262 Hz Frec. Resonancia =608 Hz	150µm x 150µm	Dong [12]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₁]	Micromaquinado en volumen	Viga en voladizo	1.16µW	AC Voltaje =0.89 V _{pp}	2000µmx 600µmx 13.64 µm	Fang [13]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₁]	Micromaquinado en volumen	Viga en voladizo	PZT: 40µW a 1.8 kHz AlN: 50nW a 320 Hz	PZT= ω ₀ = 11299.7 rad /s K=4468N/m) AlN= ω ₀ =2007.6 rad/s K= 130N/m	PZT= 5mm x 1.5mm x 100µm AlN = 5mm x 1.5mm x 31µm	Renaud [14]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₃]	Micromaquinado en volumen	Viga en voladizo	1.1µW	Voltaje DC=4.4V _{pp} Aceleración =0.39g Frec. Resonancia =528Hz Potencia máxima =2.8mW	Área 1.8mm ²	Jong [15]	
Piezoeléctrico MEMS [Modo d ₃₃]	Micromaquinado en volumen	Viga en voladizo	1.4µW	Frec. Resonancia =817Hz Aceleración =2g	1.2mm x 0.8mm x 7µm	Dongna [16]	
Electroestático MEMS	Micromaquinado en superficie	Placas de capacitancia variable	1.16µW	Frec. Resonancia=4.14 kHz	-----	S. Roundy [17]	

aprovechen de manera eficiente las vibraciones producidas por el movimiento del cuerpo humano.

2. Modelado

2.1 Ecuaciones y modelo de una estructura piezoeléctrica

Algunos cristales presentan en comparación con los demás, la propiedad peculiar de producir un campo eléctrico cuando se somete a una fuerza externa y éste es conocido como el efecto piezoeléctrico directo. Estos también tienen la capacidad de contraerse o expandirse cuando un voltaje externo es aplicado sobre el cristal, lo que se conoce como el efecto piezoeléctrico inverso. Las ecuaciones constitutivas de la estructura cristalina están definidas por la interacción entre el comportamiento mecánico y eléctrico que presenta el efecto piezoeléctrico, así como el medio en el que opera [18]:

$$\begin{aligned} S &= s^E T + d_t E \\ D &= d T + \epsilon^T E \end{aligned} \quad (1)$$

donde S es el estrés, T es la tensión, E es el campo eléctrico, D es el desplazamiento eléctrico, s^E es la matriz de elasticidad, d es la matriz piezoeléctrica y ϵ^T es la matriz de permitividad dieléctrica.

El modelo de una estructura piezoeléctrica está formado por un sistema masa-resorte-amortiguador-piezoeléctrico junto con un sistema almacenador de energía. En la figura 1 se muestra el sistema implementado donde un elemento piezoeléctrico es acoplado a una estructura mecánica y conectado a un circuito almacenador de energía. En el sistema una masa efectiva M es unida a un resorte de rigidez efectiva K en función de una fuerza aplicada F(t), un factor de amortiguación η , un elemento piezoeléctrico caracterizado por un coeficiente piezoeléctrico Θ y un capacitor C_p [9].

Las ecuaciones generales que representan el modelo de un sistema cosechador de energía, están definidas por:

$$M\ddot{u}(t) + \eta\dot{u}(t) + Ku(t) + \Theta v_p(t) = F(t) \quad (2)$$

$$-\Theta\dot{u}(t) + C_p\dot{v}_p(t) = -I(t) \quad (3)$$

donde u es el desplazamiento de la masa M, e I(t) es el flujo de corriente que se presenta en el sistema cosechador de energía que está relacionado al voltaje rectificado V_c por la condición:

$$I(t) = C_e \dot{V}_c(t) + \frac{V_c}{R} \quad \text{Si } V_p = V_c \quad (4)$$

donde C_e es el capacitor externo, R es la resistencia de carga. Además la excitación mecánica sinusoidal F(t) aplicada al sistema de la figura 1 está definida por la ecuación (5):

$$F(t) = F_0 \text{sen}(wt) \quad (5)$$

2.2 Desarrollo del modelado analítico

Un análisis armónico de las ondas típicas del desplazamiento u(t) y del voltaje rectificado $V_c(t)$ mostradas en la figura 2, es realizado obteniendo las siguientes consideraciones en el modelado del microgenerador:

1. El periodo de vibración en la forma de onda $T = (2\pi/w)$, se obtiene del recíproco de la frecuencia (f) obtenida de la frecuencia angular $w = 2\pi f$.
2. Los instantes de tiempo final t_f y tiempo inicial t_i son el mínimo y el máximo en la forma de onda $(t_f - t_i) = T/2$.
3. La magnitud del desplazamiento y de la fuerza con la que se excita la base del micro generador son $u(t) = u_0 \text{sen}(wt)$ y $F(t) = F_0 \text{sen}(wt)$ respectivamente.

Las consideraciones anteriores serán una herramienta esencial en la solución de las ecuaciones desarrolladas en el análisis estacionario y por el balance de energía. Así la corriente que fluye por C_e en el estado estacionario es $\int_{t_i}^{t_f} C_e \dot{V}_c(t) dt = 0$, entonces integrando la ecuación (4) y sustituyendo el valor C_e se obtiene:

$$\int_{t_i}^{t_f} I(t) dt = \frac{V_c(t)}{R_L} \Big|_{t_i}^{t_f} = \frac{V_c}{R_L} (t_f - t_i) = \frac{T}{2} \frac{V_c}{R_L} \quad (6)$$

Integrando la ecuación general (2) y tomando en cuenta el valor de la corriente en el estado estacionario, se obtiene V_c

$$\int C_p \dot{v}_p(t) dt - \int \Theta \dot{u}(t) dt = - \int I(t) dt \quad (7)$$

$$V_c = \frac{w \Theta R_L}{C_p w R_L + \frac{\pi}{2}} u_0 \quad (8)$$

Ahora es necesario encontrar el valor de u_0 , esto es posible realizando un balance de energía a las ecuaciones generales para ello se multiplica la ecuación general (1) por $\dot{u}(t)$ y la ecuación general (2) por $v_p(t)$, y se integra cada una de estas ecuaciones (9) y (10):

$$\int M_T \ddot{u}(t) \dot{u}(t) dt + \int \eta \dot{u}(t) \dot{u}(t) dt + \int K u(t) \dot{u}(t) dt + \int \Theta v_p(t) \dot{u}(t) dt = \int F(t) \dot{u}(t) dt$$

$$\int C_p \dot{v}_p(t) v_p(t) dt - \int \Theta \dot{u}(t) v_p(t) dt = - \int I(t) v_p(t) dt \quad (10)$$

Realizando una adición de las ecuaciones 9 y 10 el balance de energía se reduce a la siguiente expresión

$$\int_{t_i}^{t_f} F(t) \dot{u}(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} \eta \dot{u}(t) \dot{u}(t) dt + \int_{t_i}^{t_f} v_p(t) I(t) dt \quad (11)$$

$$\frac{\pi}{2} F_0 u_0 \text{sen}\theta = \frac{\pi}{2} \eta_m w u_0^2 + \frac{V_c^2}{R_L} \frac{\pi}{w} \quad (12)$$

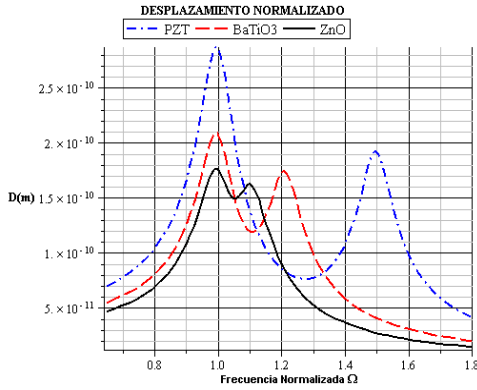


Figura 5. Desplazamiento normalizado para diferentes materiales piezoeléctricos.

El siguiente paso es derivar la ecuación general 1 y despejar \$V_p\$ de la ecuación (2) para sustituirla en la ecuación derivada como se muestra en la ecuación (13), y su resultado se expresa en la ecuación (14) que contiene la función trigonométrica del coseno

$$\int M_T \frac{d}{dt} \ddot{u}(t) dt + \int \eta \ddot{u}(t) dt + \int \dot{u}(t) \left[K + \frac{\Theta^2}{C_p} \right] dt - \int \frac{\Theta I(t)}{C_p} dt = \int \hat{F}(t) dt \quad (13)$$

$$F_0 \cos \theta = \left(K - m\omega^2 + \frac{\Theta^2}{C_p} \right) u_0 - \frac{\pi \Theta}{2C_p \omega R_L} V_c \quad (14)$$

Ahora las variables \$\sin \theta\$ y \$\cos \theta\$ se pueden eliminar realizando una suma de las ecuaciones (12) y (14), y obteniendo una expresión para \$F_0\$ de la siguiente manera

$$F_0^2 = \left[\left(K - m\omega^2 + \frac{\Theta^2}{C_p} \right) u_0 - \frac{\pi \Theta}{2C_p \omega R_L} V_c \right]^2 + \left[\eta_m \omega u_0 + \frac{2V_c^2}{\omega R_L u_0} \right]^2 \quad (15)$$

La magnitud del desplazamiento \$u_0\$ se obtiene sustituyendo la ecuación 8 del voltaje rectificado \$V_c\$ en la ecuación (15) de \$F_0\$, y después normalizando la magnitud \$u_0\$ se obtiene la ecuación (16)

$$\bar{u}_0 = \frac{u_0}{F_0/K} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \frac{m\omega^2}{K} + \frac{\omega \Theta^2 R}{K(C_p \omega R + \pi/2)} \right]^2 + \left[\frac{\eta_m \omega}{K} + \frac{2\omega \Theta^2 R}{K(C_p \omega^2 R^2 + (\pi/2)^2)} \right]^2}} \quad (16)$$

El desplazamiento normalizado representado por la ecuación 16, es simplificado utilizando las variables sin dimensiones mostradas a continuación

$$k_e^2 = \frac{\Theta^2}{K C_p} \quad \zeta_m = \frac{\eta_m}{2\sqrt{K M_T}} \quad w_N = \sqrt{\frac{K}{M_T}} \quad \Omega = \frac{\omega}{w_N} \quad \alpha = C_p w_N R_L \quad (17)$$

donde \$k_e\$ es el coeficiente de acoplamiento electromecánico, \$\zeta_m\$ coeficiente de amortiguación, \$w_N\$ es la frecuencia de resonancia, \$\Omega\$ es la frecuencia normalizada y \$\alpha\$ es la resistencia normalizada.

$$\bar{u}_0 = \frac{u_0}{F_0/K} = \frac{1}{\left(\left[1 - \Omega^2 + \frac{\Omega k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 + \left[2\zeta_m + \frac{2k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 \Omega^2 \right)^{1/2}} \quad (18)$$

Sustituyendo la ecuación (18) en la ecuación (8), se obtendrá la representación del voltaje normalizado

$$\bar{V}_c = \left[\frac{\alpha \Omega}{\alpha \Omega + \pi/2} \right] \frac{k_e^2}{\left(\left[1 - \Omega^2 + \frac{\Omega k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 + \left[2\zeta_m + \frac{2k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 \Omega^2 \right)^{1/2}} \quad (19)$$

Por último, la potencia normalizada se obtiene de la relación \$P=V^2/R\$

$$\bar{P} = \left(\frac{1}{(\alpha \Omega + \pi/2)^2} \right) \frac{(\Omega^2 \alpha k_e^2)}{\left[1 - \Omega^2 + \frac{\Omega k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 + \left[2\zeta_m + \frac{2k_e^2 \alpha}{\alpha \Omega + \pi/2} \right]^2 \Omega^2} \quad (20)$$

En resumen la potencia normalizada, el voltaje normalizado y el desplazamiento normalizado quedaron en función solamente de las variables de la frecuencia normalizada \$\Omega\$, el acoplamiento electromecánico \$k_e\$ y la resistencia normalizada \$\alpha\$.

3. Resultados

El modelado analítico se realizó en el software Maple 13 y fue utilizado para conocer el comportamiento de la potencia, voltaje y desplazamiento para una estructura tipo viga suspendida, viga en voladizo o trampolín para diferentes materiales piezoeléctricos: PZT, BaTiO3 y ZnO. El procedimiento empezó con la definición de las propiedades de los materiales piezoeléctricos utilizados para el modelado, los cuales se obtuvieron de la literatura [19]. Posteriormente se definieron las dimensiones del microgenerador. En la tabla 2 se muestra la geometría específica, las dimensiones del microgenerador tipo viga en voladizo y las propiedades piezoeléctricas de cada material. Finalmente se introdujeron las ecuaciones y el sistema resolvió para cada caso.

3.1. Potencia normalizada vs. Frecuencia normalizada

La potencia que cada material genera ante las propiedades y geometría utilizadas en el modelado analítico se muestra en la figura 3, en ella se tiene como resultado que la potencia máxima es la misma para dos valores de la frecuencia normalizada en cada material, estos dos picos se

Tabla 2. Datos utilizados para analizar la respuesta de algunos materiales piezoeléctricos con el modelado analítico.

Geometría y Propiedades del microgenerador cantiléver			
Parámetros	PZT	BaTiO3	ZnO
Área	$3 \times 10^{-5} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-5} \text{ m}^2$	$3 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
Grosor (Piezo)	$0.2 \times 10^{-3} \text{ m}$	$0.2 \times 10^{-3} \text{ m}$	$0.2 \times 10^{-3} \text{ m}$
Factor de amortiguamiento	0.035	0.035	0.035
Densidad	7500 kg/m^3	6020 kg/m^3	5680 Kg/m^3
Volumen	$6 \times 10^{-9} \text{ m}^3$	$6 \times 10^{-9} \text{ m}^3$	$6 \times 10^{-9} \text{ m}^3$
Masa del Piezo	$4.5 \times 10^{-5} \text{ Kg}$	$3.6 \times 10^{-5} \text{ Kg}$	$3.4 \times 10^{-5} \text{ Kg}$
Masa de prueba	$2.23 \times 10^{-6} \text{ Kg}$	$1.8 \times 10^{-6} \text{ Kg}$	$1.7 \times 10^{-6} \text{ Kg}$

Propiedades del material Piezoeléctrico			
Parámetros	PZT	BaTiO3	ZnO
d_{33}	$5.93 \times 10^{-10} \text{ m/V}$	$8.56 \times 10^{-11} \text{ m/V}$	$1.167 \times 10^{-11} \text{ m/V}$
e_{33}	23.24 C/m^2	3.65 C/m^2	1.32044 C/m^2
ϵ_{33}^S	$1.26 \times 10^{-8} \text{ F/m}$	$9.885 \times 10^{-10} \text{ F/m}$	$9.03 \times 10^{-11} \text{ F/m}$
k_{33}^2	0.5645	0.3139	0.1754
k_6^2	0.88	0.4575	0.2127
s_{33}^E	$2.07 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$	$1.57 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$	$6.94 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$
c_{33}^E	$4.83 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$	$1.64 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	$2.11 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

conocen como la frecuencia de resonancia (primer pico) y la frecuencia de anti resonancia (segundo pico) y el cambio de pico a pico es alcanzado principalmente variando la resistencia de carga. Comparando los materiales se puede observar que el PZT genera mayor potencia en Watts que el BaTiO₃ y el ZnO. Además el valor de potencia más pequeño es obtenido para el ZnO y sus picos de resonancia se encuentran muy cerca debido a que el coeficiente de acoplamiento electromecánico es más pequeño que el de los demás materiales.

3.2. Voltaje normalizado vs. Frecuencia normalizada

El voltaje generado al momento de someter a la estructura piezoeléctrica a un esfuerzo presentó una variación significativa entre los picos de resonancia y anti resonancia, como se muestra en la figura 4. El mayor voltaje generado se obtuvo en la frecuencia de anti resonancia, pero considerando que el voltaje esta en relación a la corriente por $P=VI$, entonces la corriente en el pico de resonancia será en orden de magnitud mucho más grande que en el segundo pico. Comparando los materiales piezoeléctricos se observó que en el ZnO se generó un mayor voltaje en comparación con los otros materiales, lo cual puede atribuirse a su bajo coeficiente de acoplamiento.

3.3. Desplazamiento normalizado vs. Frecuencia normalizada

Los desplazamientos relativos de la estructura con la masa de prueba es comparado con los dos picos de resonancia como se muestra en la figura 5, en ella se puede observar que el desplazamiento es mayor en resonancia que en anti

resonancia, por lo que operar en resonancia puede representar una ventaja para la construcción de micro dispositivos, ya que teniendo un menor desplazamiento se pueden construir estructuras más pequeñas con la misma potencia generada que en el pico de anti resonancia. Los desplazamientos más pequeños se presentaron en el óxido de zinc y los desplazamientos más grandes se presentaron para el PZT.

4. Conclusiones

El desarrollo del modelado analítico fue capaz de predecir el comportamiento para la potencia, voltaje y desplazamiento normalizado, realizando la comparación con tres materiales piezoeléctricos como lo son el ZnO, PZT y el BaTiO₃. En el modelado se observó que para micro-dispositivos, la frecuencia de resonancia y anti resonancia es un factor muy importante para conocer su comportamiento. La potencia generada es igual en los picos de la frecuencia de resonancia que en anti resonancia, pero para el voltaje generado su valor difiere sustancialmente entre cada uno de estos picos siendo mayor en anti resonancia, por lo que la corriente generada es mayor en el pico de resonancia. Con los resultados obtenidos para cada parámetro, se define que operar en anti resonancia para el ZnO será una ventaja para dispositivos que requieran mayor voltaje que corriente para su operación, además utilizando PZT será ventajoso para obtener la mayor potencia generada. Este modelado podrá optimizar el diseño de microgeneradores para aplicaciones que puedan aprovechar la energía producida por el movimiento de los seres vivos.

Referencias

- [1]. L. M. Swallow, J. K. Luo, E. Siores, I. Patel and D. Dodds, *Smart Mater Struct.* **17**, 1 (2008).
- [2]. H. Fang, J. Liu, Z. Xu, L. Dong, L. Wang, D. Chen, B. Cai, Y. Liu, *Microelectr J.* **37**, 280 (2006).
- [3]. Shih-Nung Chen, *Mechatronics* **16**, 379 (2006).
- [4]. S. Saadon, O. Sidek, *Energ convers manage* **52**, 500 (2011)
- [5]. I. Dufour, J. model and simul of *Microsystems* **1**, 57 (1999).
- [6]. M.S. Weinberg, B.T. Cunningham, C.W. Clapp, *J. Microelectromech. S.* **9**, 370 (2000)
- [7]. J. Ajitsaria, S.Y. Choe, D. Shen and D. J. Kim, *Smart Mater Struct.* **16**, 447 (2007)
- [8]. Y. C. Shu, *Smart Mater Struct.* **15**, 1499 (2006).
- [9]. A. Mahieddine, *J. Eng Appl Sci.* **10**, 803 (2008).
- [10]. C.B. Williams, R.B. Yates, *Sensor Actuator* **52**, 8 (1996).
- [11]. J. Quan Liua, H. Bin Fanga, *Microelectr J.* **39**, 802 (2008).
- [12]. T. Dong, E. Halvorsen, *Proc. power MEMS* **39**, 77 (2008).
- [13]. H. -Bin Fanga, J. -Quan Liu, *Microelectr J.* **37**, 1280 (2006).
- [14]. M. Renaud and K. Karakaya, *Senso Actuator A Phys.* **145**, 380 (2008).
- [15]. J. C. Park and J. Y. Park, *J microelectromech S.* **19** (5), 1215 (2010)
- [16]. D. Shena, J.-H. Park, *Sensor Actuator* **154**, 103 (2009).
- [17]. S. Roundy, P. K. Wright, and K. S. J. Pister, "Micro-Electrostatic Vibration-to-Electricity Converters", ASME IMECE, Nov. 17-22, New Orleans, Louisiana (2002).
- [18]. IRE, Standard on piezoelectric crystals: Determination of the elastic, piezoelectric and dielectric constant, 58 IRE 14, (1962)
- [19]. COMSOLAB, "COMSOL material library database", version 4, CM021201, (2010).