Defectos en estructuras de índice de refracción periódico con gap omnidireccional

Pérez Rodríguez J., Palomino-Ovando M. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas BUAP Puebla, 72570 Puebla, México (Recibido: 23 de abril de 2012; Aceptado: 03 de octubre de 2012)

Se hace un estudio de los modos de tunelamiento generados por la introducción de una impureza en un cristal fotónico unidimensional, que se construye a partir de alternar capas de dieléctrico y metamaterial. En este trabajo la impureza se genera al cambiar el índice de refracción o el ancho del dieléctrico de la capa central del cristal fotónico. Se observa que los modos de tunelamiento que se encuentran dentro de los gaps, presentan un comportamiento omnidireccional cuando se cumple la condición $n_1d_1 + n_2d_2 = 0$. Esta condición hace que los modos de tunelamiento presenten insensibilidad ante el tipo de polarización, ángulo de incidencia, y escalamiento de la celda unitaria. Ante la variación del índice de refracción de la impureza no se generan modos de tunelamiento en ninguno de los gaps. Sin embargo cuando se hace variar el espesor de la impureza se producen cambios en los modos de tunelamiento en ambos gaps.

Palabras clave: Propiedades ópticas; Metamateriales; Estructuras fotónicas; Superredes

We analyze tunneling modes generated by the introduction of an impurity in a one-dimensional photonic crystal, which is constructed from alternating layers of dielectric and metamaterial. In this work the impurity is generated by changing the refractive index or width the dielectric of the central layer the photonic crystal. It is noted that the tunneling modes which are within the gaps, exhibit an omnidirectional behavior when the condition $n_1d_1 + n_2d_2 = 0$. This condition causes tunneling modes is insensitivity to the type of polarization, incidence angle, scaling of the unit cell. Given the variation of the refractive index of the impurity tunneling modes are generated in any of the gaps. But when you vary the thickness of the impurity are changes in modes of tunneling in both gaps.

Keywords: Optical properties; Metamaterials; Photonic structures; Superlattices

1. Introducción

El estudio de la propagación de luz en cristales fotónicos (PC por sus siglas en inglés) o estructuras de índice de refracción periódico ha sido de gran interés por su aportación al desarrollo de la física fundamental y por sus aplicaciones. Si bien es cierto que los primeros cristales fueron crecidos a base de dieléctricos [1,2], posteriormente se han hecho estudios teóricos y experimentales cuando los constituyentes del PC son metales, semiconductores e incluso materiales artificiales [3 - 5], etc., recientemente ha revestido un especial interés la construcción de cristales fotónicos donde uno de los constituventes de la celda unitaria es un metamaterial, los metamateriales que son estructuras artificiales donde para un cierto rango de frecuencias la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnéticas son ambas negativas, fueron predichos inicialmente por Veselago [6], pero fueron motivo de múltiples publicaciones cuando fueron fabricadas y probadas experimentalmente [7]. Es conocido que en un cristal fotónico unidimensional (1DPC por sus siglas en inglés) la reflexión y transmisión dependen fuertemente del ángulo de incidencia de la luz y que en dichos espectros se observa un corrimiento del gap cuando cambia la dirección de incidencia. Estos efectos que son un resultado de la interferencia de luz, también son sensibles a la polarización que puede ser TE (transversal eléctrica) o TM (transversal magnética). En un cristal fotónico donde se

alternan dieléctricos y metamateriales existen propiedades electromagnéticas que no existen en los cristales fotónicos convencionales, como es la existencia de gaps donde el promedio espacial del índice de refracción tomado sobre un periodo es cero, esto es $n_1d_1 + n_2d_2 = 0$. En tales casos puede observarse que no existen una dependencia del ángulo, ni del tipo de polarización de la luz que incide en la estructura, a estos gaps se les denomina gaps omnidireccionales [8-11], y debido a sus aplicaciones como reflectores perfectos a todos los ángulos, en fibras ópticas, o resonadores de Fabry-Perot han atraído la atención de recientes investigaciones [12,13]. Por otra parte es un hecho conocido que cuando la periodicidad se trunca por la introducción de algún defecto, se generan modos de tunelamiento dentro del gap fotónico, estos niveles de energía se presentan en diferentes frecuencias cuando cambia el ángulo de incidencia de la luz, sin embargo se espera que en un gap fotónico omnidireccional, tales niveles de energía no tengan dependencia del ángulo, permitiendo usarlos como filtros sin importar la dirección de incidencia de la luz ni su tipo de polarización [14-17].

En este trabajo se hace un análisis de los espectros de transmisión de estructuras compuestas de dieléctricos y metamateriales que se alternan periódicamente, y a las cuales se les introduce un defecto, dicho defecto puede ser generado al cambiar el material de uno de los constituyentes, o bien al modificar el ancho de una de las capas en una de las celdas de la estructura, se discuten los



Figura 1. Espectro de transmisión del 1DPCs. La línea punteada representa el espectro de transmisión del PC sin impureza y la línea continua representa el PC con impureza. Esta impureza se genera por la variación del espesor del dieléctrico de la capa central. Ambos casos son a incidencia normal ($\theta = 0^{\circ}$).

casos de los niveles de las impurezas en los gaps omnidireccionales y se comparan con los niveles de impurezas en los gaps de Bragg. Para ello en la siguiente sección se hace una descripción del PC que se usará en este trabajo, posteriormente se presentan los resultados donde se discuten las estructuras de bandas y los espectros de transmisión, finalmente se dan las conclusiones.

2. Marco Teórico

Se considera a un sistema de capas alternadas de materiales izquierdos con dieléctricos crecidos en la dirección *z*. Para calcular los espectros de transmisión, estructura de bandas, así como la intensidad del campo eléctrico que se propaga dentro del PC, se hace uso del método de la matriz de transferencia. La celda unitaria consiste en dos capas de permitividad, permeabilidad y espesor ε_1 , μ_1 , d_1 y ε_2 , μ_2 , d_2 , respectivamente. El periodo de la estructura está dado por $a = d_1 + d_2$. El índice de refracción de las capas se escribe como $n_j = \pm \sqrt{\varepsilon_j \mu_j}$, con j = 1, 2; según corresponda al dieléctrico (signo positivo) o al metamaterial (signo negativo).

Los campos eléctricos y magnéticos en cada una de las capas se escriben como [18].

$$E_{yj} = -A_j^+ e^{ik_{zj}z} - A_j^- e^{-ik_{zj}z} , \qquad (1)$$

$$H_{xj} = Y_j \left(A_j^+ e^{ik_{zj}z} - A_j^- e^{-ik_{zj}z} \right)$$
(2)

El coeficiente de reflexión r y las amplitudes de los campos en cada una de las capas se obtiene a través del método de la matriz de transferencia:

$$A_{j}^{+} = \frac{e^{-\kappa_{z}z}}{2Y_{j}} \left\{ (-1-r)(m_{21j} - m_{11j}Y_{j}) + Y_{0}(1-r)(m_{22j} - m_{12j}Y_{j}) \right\}$$
(3)



Figura 2. Desplazamiento del modo de defecto en función del ángulo de incidencia, para polarización TE (lado izquierdo) y TM (lado derecho). La línea superior representa la variación del modo de tunelamiento en el gap de Bragg y la línea inferior representa el cambio del modo de tunelamiento en el gap omnidireccional.

$$A_{j}^{-} = \frac{e^{ik_{j}z}}{-2Y_{j}} \left\{ (-1-r)(m_{21j} + m_{11j}Y_{j}) + Y_{0}(1-r)(m_{22j} + m_{12j}Y_{j}) \right\}$$
(4)

Los términos $m_{11j}, m_{12j}, m_{21j}$ y m_{22j} son las componentes de la matriz $M_j = m_j m_{j-1} \dots m_1$. Ésta última relaciona los campos incidente y reflejados con los campos en la j-ésima capa, y con esta misma matriz es posible encontrar el coeficiente de transmisión.

Para el dieléctrico el índice de refracción es $n_1 = 2$ y con un espesor $d_1 = 12mm$ para el metamaterial se tiene un índice de refracción $n_2 = \mp \sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}$ donde $\varepsilon(\omega)$ y $\mu(\omega)$ están dados por las ecuaciones (5) y (6) con un espesor de $d_2 = 6mm$. Las ecuaciones para describir la permitividad eléctrica y permeabilidad magnética usadas en este trabajo corresponden a los modelos propuestos originalmente por Pendry [19 - 21] y refieren a estructuras artificiales cuya respuesta efectiva es negativa para un mismo rango de frecuencias, existen en la literatura modelos basados en diversos diseños sin embargo todos obedecen a expresiones tipo Drude [22,23].

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon - \frac{\omega_{ep}^2}{\omega_{mn}^2} \tag{5}$$

$$\mu(\omega) = \mu - \frac{\omega_{mp}^2}{\omega^2} \tag{6}$$

En las ecuaciones (5) y (6), ω es la frecuencia medida en GHz, ω_{ep}^2 y ω_{mp}^2 son parámetros que pueden ser modulados con libertad. En nuestros cálculos, seleccionamos $\omega_{ep}^2, \omega_{mp}^2 = 100$ ($\omega_{ep}, \omega_{mp} = 10 \ GHz$), $\varepsilon = 1.21$ y $\mu = 1$. Dichos parámetros han sido previamente reportados por Jiang *et al* [9]. Consideramos la situación para la cual $\varepsilon(\omega)$ y $\mu(\omega)$ son negativos, esto ocurre en el rango $\nu < 1.44 \ GHz$ (donde $\omega = 2\pi\nu$), por tanto en esta región de frecuencias el índice de refracción es negativo lo



Figura 3. Comparación de Campos Internos. (a) Región del gap omnidireccional sin impureza; (b) Región del gap omnidireccional con impureza; (c) Región del gap de Bragg sin impureza; (d) Región de Bragg con impureza.

cual corresponde a un metamaterial. Para valores mayores a $\nu > 1.59 GH$, $\varepsilon(\omega) \neq \mu(\omega)$ toman valores positivos tal como ocurre en un material convencional con índice de refracción positivo.

Una de las formas mediante las cuales se han diseñado materiales izquierdos, ha sido a través de estructuras a base de anillos de metal conocidas como SRR (del inglés metal split-ring resonator), que de acuerdo a la literatura [24] su respuesta efectiva puede ser descrita a través de las ecuaciones (5) y (6) lo que implica que los valores de ω_{ep} y ω_{mp} dependen del metal empleado para la fabricación de estos anillos.

3. Resultados

En la

FIGURA 1 se muestran los espectros de transmisión de dos 1DPCs de 16 capas cada uno, los dos cristales fotónicos son similares, sólo que en uno de ellos se ha introducido una impureza a la mitad de la estructura, esta impureza consiste en modificar el ancho del dieléctrico en la octava celda, cambiándolo de $d_2 = 6mm$ a $d_3 = 36mm$. Para el espectro de transmisión del 1DPC sin impureza de acuerdo a la

FIGURA 1 se pueden apreciar dos gaps o bandas fotónicas prohibidas, el gap que se localiza entre la frecuencias de 0.5 GHz a 1 GHz se le conoce como gap omnidireccional o gap cero debido a que cumplen la condición $n_1d_1 + n_2d_2 = 0$ y cuyas propiedades han sido estudiadas en la literatura [9,13]. El gap que se localiza en la región de frecuencia comprendida entre 4.5 GHz y 5.5 GHz se le conoce como gap de Bragg.

En el espectro de transmisión del 1DPC con impureza mostrado en la

FIGURA 1, se pueden observar modos de tunelamiento en ambos gaps debido al rompimiento de la periodicidad del PC, lo que genera, que algún modo evanescente se acople con el modo de tunelamiento debido a la impureza y se propague por la estructura, generando transmisión para una frecuencia específica. Este modo de tunelamiento adquiere las propiedades de los gaps donde se localizan, es decir, el modo de tunelamiento localizado en la brecha omnidireccional ($\nu = 0.836$ GHz) es invariante ante el tipo de polarización y ángulo de incidencia, así como al factor de escala discutido también por Jiang [9]. En el caso del modo localizado en la brecha de Bragg ($\nu = 5.02377$ GHz) varía ante cualquier cambio del ángulo o del tipo de polarización tal como ocurre con el gap. Con el fin de estudiar los cambios que existen en los modos de tunelamiento en los gaps debidos a la presencia de la impureza, en función del ángulo de incidencia de la radiación, en la Figura 2 se muestran los corrimientos de la frecuencia que tienen los modos de tunelamiento en función del ángulo de incidencia de la radiación, se grafica $\Delta f_d = f_\theta - f_0$ donde f_θ es el valor de la frecuencia en donde se ubica el modo del tunelamiento cuando la radiación incide con un ángulo θ y f_0 es el valor de la frecuencia normal, las gráficas muestran los dos tipos de polarización (TM y TE).

Se observa en la figura 2 que el corrimiento de la frecuencia del modo de tunelamiento localizado en el gap omnidireccional para la polarización TE, es de $\Delta f_d = 0.05$ GHz, entre los ángulos de incidencia de 0⁰ y 80° en tanto que el corrimiento en el gap de Bragg del modo de tunelamiento para esa misma polarización y variación en el ángulo de incidencia es de $\Delta f_d = 0.95$ GHz, esto es, 19 veces mayor.

La presencia de la impureza en el PC y la amplificación del valor de la transmisión en los gaps, requieren del análisis de los campos electromagnéticos en el interior de la estructura. En la figura 3 se muestra la amplitud del campo eléctrico dentro de la estructura cuando éste se propaga con la frecuencias que corresponde a los modos de tunelamiento que generó la impureza en el gap omnidireccional y en el gap de Bragg, para efectos de comparación se muestran las gráficas de la amplitud del campo dentro de la estructura con impureza y en ausencia de ésta, ambos casos a incidencia normal.

En la Figura 3 (b) y (d) se aprecia claramente una amplificación del campo eléctrico en la parte central de la estructura, donde se localiza la impureza, es decir, la impureza por sí misma juega un papel importante ya que separa al 1DPC en 2 cristales perfectos, lo que crea un interface que se comporta como espejo para ciertas frecuencias, permitiendo que la radiación quede atrapada en esta región y exista una amplificación del campo produciendo un incremento en la transmisión para $\nu =$ 0.83609 GHz y $\nu = 5.02377$ GHz. Por el contrario en ausencia de impureza, se observa un decaimiento del campo a lo largo del 1DPC, cuando los campos se propagan con dichas frecuencias. Este efecto de decaimiento de los campos puede ser observado en la Figura 3 (a) y (c). Y es un resultado de que las frecuencias con las que se propagan los campos se localizan en los gaps.

En vista de que las impurezas generan modos de tunelamiento en ambos gaps. Se procede a evaluar el cambio de estos modos de tunelamiento en función del ancho de la impureza, para ellos se grafica en la figura 4, la frecuencia del modo de tunelamiento para cada uno de los gaps en función del ancho de la película que se introduce como impureza.

En el caso del gap de Bragg se observa que al variar el espesor se generan modos de tunelamiento, estos son originados por el rompimiento de la simetría del material, podemos comparar este sistema con el de un potencial de pozos y barreras, (el esquema es similar al de los índices de refracción del 1DPC) al aumentar el ancho del pozo disminuyen los niveles de energía de los modos de tunelamiento y aparecen otros en la parte superior, en tanto que en el gap omnidireccional la impureza sostiene dentro del gap modos de mayor longitud de onda, nótese que 12 mm es el valor del ancho del dieléctrico en todas las celdas por lo que el resultado mostrado para este valor corresponde a un cristal sin impurezas, anchos de este



Figura 4. Ubicación del modo de tunelamiento en función del espesor de la impureza.



Figura 5. Transmisión para diferentes valores ε_3 de la impureza.

material menores a 12 mm no generan modos de tunelamiento dentro del gap omnidireccional.

Por último se estudian los efectos en los espectros de transmisión al introducir una impureza generada con el cambio del índice de refracción del dieléctrico cuyo valor original es $n_1 = 2$ en la celda central del 1DPC, para ello se varía el índice de refracción $n_1 = \sqrt{\varepsilon_3}$ con $\varepsilon_3 = 3, 4y 5 y$ se mantiene constante el espesor de $d_3 = 12mm$, para el

metamaterial tenemos $n_2 = \sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}$ y espesor $d_2 = 6mm$. La

Figura 5, muestra los diversos espectros de transmisión para estos casos. Se puede observar que el gap omnidireccional no sufre ningún cambio con respecto al espectro del 1DPC sin impureza, y no se observan modos de tunelamiento dentro de esta región, tampoco en el gap de Bragg, aunque si se observa en el inicio del gap una amplificación de la resonancia de Fabry-Perot la cual tiene un ligero desplazamiento a frecuencias mayores conforme disminuye el valor de ε_3 .

Este comportamiento se debe a que la variación del índice de refracción de la impureza es pequeño comparado con la variación del índice de refacción del metamaterial a lo largo de todo el rango de frecuencias, el cual se modifica abruptamente en frecuencias cercanas a la frecuencia del plasma, esta discrepancia no hace posible un contraste significativo cuando se varía ligeramente el índice de refracción de la impureza en este caso dieléctrico, lo que genera que no se perciban dichos cambios en la simetría del cristal.

4. Conclusiones

Se verifica que el modo de tunelamiento presente en el gap omnidireccional del 1DPC presenta insensibilidad ante el tipo de polarización (TE y TM); ángulo de incidencia; escalamiento. Contrario a lo que sucede con el gap de Bragg donde el modo de tunelamiento varía en frecuencia ante la cualquier variación de parámetros.

En este trabajo se pudo explicar la presencia de modos de tunelamiento en los gaps del 1DPC, a partir del análisis de los campos al interior de la estructura, y de la forma en la que éstos se amplifican en las impurezas, se analizaron los casos de impurezas generadas por cambio de su espesor y por el cambio de su índice de refracción, concluyendo que el cambio de espesor genera una cavidad donde la señal queda atrapada produciendo una amplificación de ella, en tanto que, cuando la impureza es producida por un cambio en el índice de refracción, no se generan modos de tunelamiento en los gaps debido a que resulta insensible a estos cambios el contrastes entre el índice de refracción del dieléctrico y el índice de refracción del metamaterial.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente apoyado por VIEP-BUAP, Proyecto: EXC-135. Y por PROMEP a través del Proyecto de Redes FOFM-2008.

Referencias

- [1] E. Yablonovith, Phys. Rev. Let. 58, 2059 (1987).
- [2] S. John, Phys. Rev. Lett. 58, 2486 (1987).
- [3] J. Manzanares-Martínez, F. Ramos-Mendieta, P. Halevi, Phys. Rev. B 72, 035336 (2005).
- [4] A. Maurel, A. Ourir, J Mercier, V. Pagneux, Phys. Rev B 85 205138 (2012).
- [5] T. Stauber, G. Gómez-Santos, Phys. Rev. B **85**, 075410 (2012).
- [6] V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. 10, 509 (1968).
- [7] J.B. Pendry, Phys. Rev. Lett., **85**, No. 18, 3966, (2000). John B. Pendry David Smith, Physics Today, **37**, (2004).
- [8] Fang, Yuntuan y He, Sailing, Phys. Rev. A, 78. 023813, (2008).
- [9] Jiang, Haitao, Appl. Phys. Lett., 83, 5386, (2003).
- [10] Dios-Leyva, M. de y González-Vázquez, Phys. Rev. B, 77, 125102, (2008).
- [11] Xiang, Yuanjiang, Phys. Rev. E, 76. 056604, (2007).
- [12] Abdulhalim, Opt. Commun, **215**, 225, (2003).
- [13] S. K. Srivastava, S. P. Ojha, PIER 74, 181-194, (2007).
- [14] Xu, Kun-Yuan, Phys. Rev. E, 71, 066604, (2005).
- [15] Makasyuk, Igor y Chen, Zhigang, Phys. Rev. Lett.,96. 223903, (2006).
- [16] Sadeghi, S. M. y Li, W. Phys. Rev. B, 72, 165341, (2005).
- [17] Entezar, S. Roshan y Namdar, A. Phys. Rev. A, 80. 013814, (2009).

[18] H. Kinto-Ramírez, M. A. Palomino-Ovando and F. Ramos-Mendieta, PIER B **35**, 133 (2011).

[19] Pendry, J. B., A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, Phys. Rev. Lett., **76**, 4773, (1996).

[20] Pendry, J. B., A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, J. Phys. Condens. Matter **10**, 4785, (1998).

- [21] Pendry, J. B., A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J.
- Stewart, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 47, 2075, (1999).
- [22] Gupta, S. D., Arun, R., Agarwal, G. S., Phys. Rev. B, 69, 113104, (2004).
- [23] Shelby, R.A., D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, Appl. Phys. Lett., **78**, 489, (2001).
- [24] Caloz, Chistophe y Itoh, Tatsuo. Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications; John Wiley & Sons Inc. (2006).